Education and Sport Development

Department of Education and Sport Development
Departement van Onderwys en Sportontwikkeling
Lefapha la Thuto le Tlhabololo ya Metshameko

NORTH WEST PROVINCE

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

SEPTEMBER 2019

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 18 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.

5. Jy mag ŉ goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders aangedui.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die tyd (in sekondes) tussen die opeenvolgende landings van vliegtuie by ón lughawe op dag 1 was aangeteken. Die data word in die Kumulatiewe Frekwensietabel hieronder gegee.

Tyd in sekondes	Aantal vliegtuie (Frekwensie)	Kumulatiewe Frekwensie
$60 < t \leq 90$	2	2
$90 < t \leq 120$	16	18
$120 < t \leq 150$	28	46
$150 < t \leq 180$	17	63
$180 < t \leq 210$	k	p
$210 < t \leq 240$	7	80

1.1 Toon aan dat $k = 10$. (1)

1.2 Skryf die waarde van p neer. (1)

1.3 Bereken die geskatte gemiddelde tyd tussen die landings van twee opeenvolgende vliegtuie. (3)

1.4 Dit word gegee dat (q ; 186,89) die interval van die landingstye, binne EEN standaardafwyking van die geskatte gemiddeld, tussen vliegtuie is.

1.4.1 Skryf die geskatte standaardawyking neer van die tyd tussen die opeenvolgende landings van die vliegtuie. (2)

1.4.2 Bereken die waarde van q. (1)

1.5 Op dag 2 land dieselfde hoeveelheid vliegtuie as wat op dag 1 geland het op die lughawe. Die tydsverloop, tussen die opeenvolgende landings van al die vliegtuie op dag 2, is m sekondes korter as die tye in die bostaande tabel.

Indien daar ón ogief van dag 2 se data geteken moet word, sal die volgende waar wees:

- Die ogief sal geanker word by (57 ; 0)
- Die maksimum waarde van die ogief sal by (237 ; 80) wees

Bepaal die gemiddelde tydsverloop tussen die landings van twee vliegtuie op DAG 2, as dit gegee word dat die frekwensieverspreiding vir die twee dae dieselfde is. (2)

[10]

VRAAG 2

Die punte, in persentasie, wat tien matrikulante in ŉ Rekeningkunde- en Wiskundetoets behaal het word in ŉ tabel hieronder gegee.

Rekeningkunde Toets	76	65	88	68	70	79	51	66	59	74
Wiskunde Toets	80	69	93	19	76	85	57	79	62	78

2.1 Identifiseer ŉ uitskieter in die bostaande data. (1)

2.2 Bepaal die vergelyking van die kleinste kwadrate regressielyn nadat die uitskieter in die bostaande data geïgnoreer is. (3)

2.3 ŉ Ander leerder van dieselfde klas het 83% in die Rekeningkundetoets behaal, maar kon weens siekte nie die Wiskundetoets skryf nie. Gebruik die vergelyking wat in 2.2 bepaal is, om die leerder se punt vir die Wiskundetoets te voorspel. (2)

2.4 Die onderwyser het besluit om vir die leerder wat afwesig was, die voorspelde punt wat in 2.3 behaal is te gee. Ander leerders in die klas het gevoel dat dit onregverdig is.

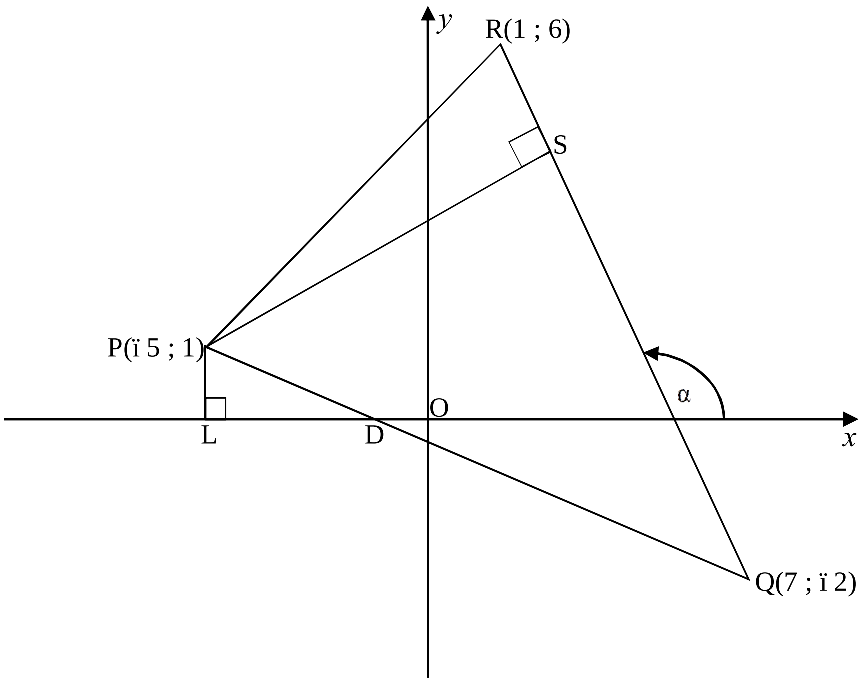
Motiveer aan hierdie leerders waarom die voorspelde punt ŉ goeie aanduiding is van wat die leerder moontlik in die Wiskundetoets kon behaal het. (2)

2.5 Nadat die Wiskundevakadviseur die antwoordstelle van die Wiskundetoetse gemodereer het, het sy besluit om elke toetspunt met p% te verminder. Verduidelik, **sonder enige berekeninge**, watter invloed hierdie vermindering van die Wiskundetoetspunte op die helling van die kleinste kwadrate regressielyn van die bostaande data het, indien die uitskieter geïgnoreer word. (2)

[10]

VRAAG 3

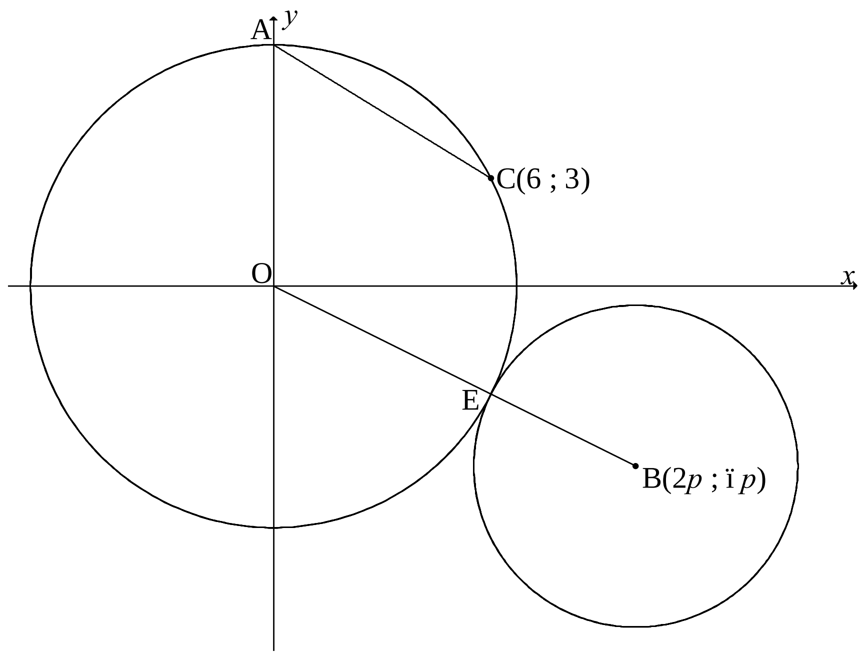
In die diagram hieronder, is P (ï 5 ; 1), Q(7 ; ï 2) en R(1 ; 6) die hoekpunte van ΔPQR.
PQ sny die *x*-as by D. Die hoogtehoek van QR is α .
PS $\perp$ RQ en L lê op die *x*-as sodat PL $\perp$ *x*$-$as.



3.1	Skryf die vergelyking van die lyn PL neer.	(1)
3.2	Bereken die gradient van QR.	(2)
3.3	Bepaal die vergelyking van die lyn PS.	(4)
3.4	Bereken die grootte van die inklinasiehoek van PQ.	(3)
3.5	Bereken die grootte van $P\hat{Q}S$.	(4)
3.6	Dit word gegee dat die oppervlaktes van ΔPRS $= 4x^2$ en ΔPQS $= 16x^2$. Bereken die lengte van SQ, SONDER om die koördinate van S te bereken.	(5) **[19]**

VRAAG 4

In die onderstaande diagram word twee sirkels gegee. Sirkel O, met middelpunt as oorsprong, sny die y-as by A en gaan deur die punt C(6 ; 3). Die sirkel met middelpunt B($2p$; ï p) raak die sirkel O uitwendig in punt E. Die middelpunte van die twee sirkels word verbind met die lyn OB.



4.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt O. (2)

4.2 Bepaal die koördinate van A. (2)

4.3 Bepaal die vergelyking van AC. (3)

4.4 Bereken die waarde(s) van k waarvoor die lyn $y = \frac{1-\sqrt{5}}{2}x + k$ die sirkel met middelpunt O sal sny in twee punte, een met ŉ positiewe x-waarde en die ander een met ŉ negatiewe x-waarde. (2)

4.5 Dit word gegee dat die lengte van $\text{EB} = \sqrt{20}$.

4.5.1 Skryf, in terme van p, die vergelyking van sirkel B in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ neer. (2)

4.5.2 Bepaal die waarde van p as $p > 0$ (5)

4.6 Veronderstel ŉ derde sirkel met die volgende vergelyking word gegee:
$x^2 + y^2 + 4x\cos\theta + 8y\sin\theta + 3 = 0$

Bepaal die maksimum lengte wat die radius van hierdie sirkel kan wees vir enige waarde van θ. (6)

[22]

VRAAG 5

5.1 Vereenvoudig elk van die volgende **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**.
Toon ALLE bewerkings.

5.1.1 $\dfrac{\sin 110°.\tan 60°}{\cos 540°.\tan 250°.\sin 380°}$ (7)

5.1.2 $(1-\sqrt{2}\sin 22,5°)(\sqrt{2}\sin 22,5°+1)$ (4)

5.2 Gegee die uitdrukking: $\dfrac{\cos 2x.\tan x}{\sin^2 x}$

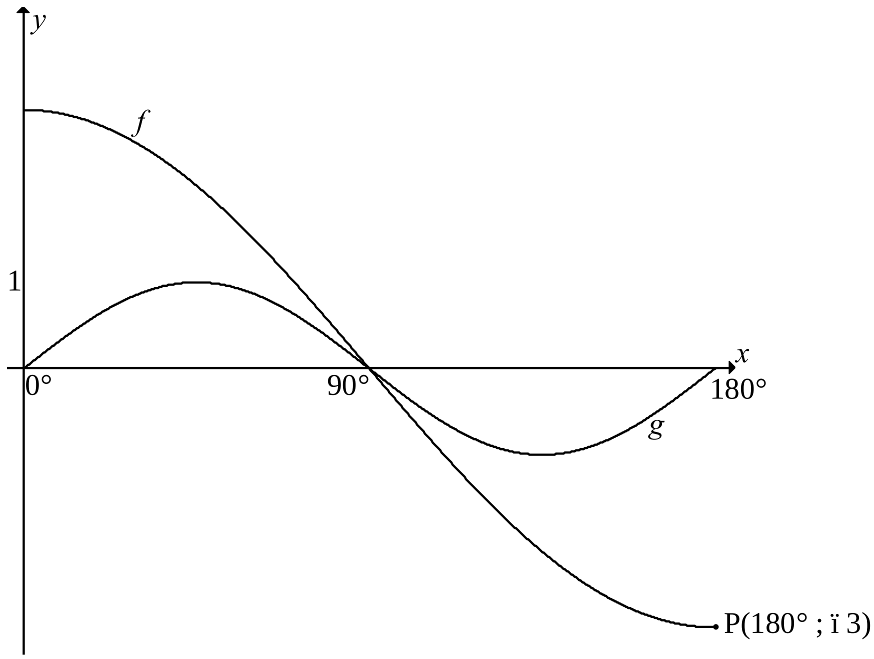
5.2.1 Vir watter waarde(s) van x, in die interval $x \in [0°\,;180°]$, sal hierdie uitdrukking ongedefinieerd wees? (3)

5.2.2 Bewys dat $\dfrac{\cos 2x.\tan x}{\sin^2 x} = \dfrac{\cos x}{\sin x} - \tan x$ (5)

[19]

VRAAG 6

In die onderstaande diagram word die grafieke van $f(x) = a\cos x$ en $g(x) = \sin bx$ geskets vir die interval $x \in [0° ; 180°]$. Die punt P(180° ; ï 3) is op die grafiek van f.



6.1 Skryf die waardes van a en b neer. (2)

6.2 Skryf die periode van f neer. (1)

6.3 Skryf die waardeversameling van $g(x) + 3$ neer. (2)

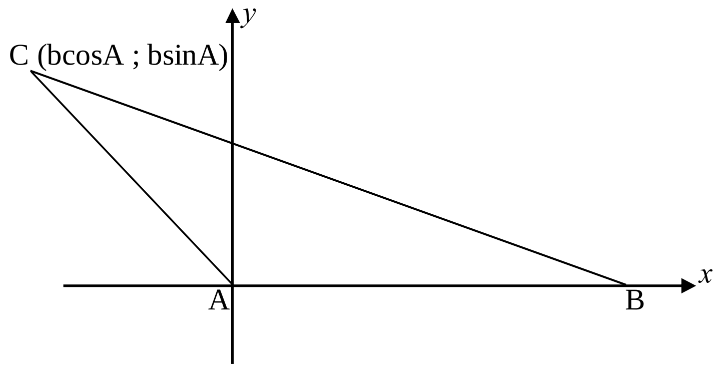
6.4 Vir watter waarde(s) van x, in die gegewe interval, is $f(x).g'(x) > 0$ (3)

6.5 Wanneer die grafiek van g , $q°$ na links geskuif word, val dit saam met die funksie $y - \cos^2 x = -\sin^2 x$. Bereken die waarde van q. (3)

[11]

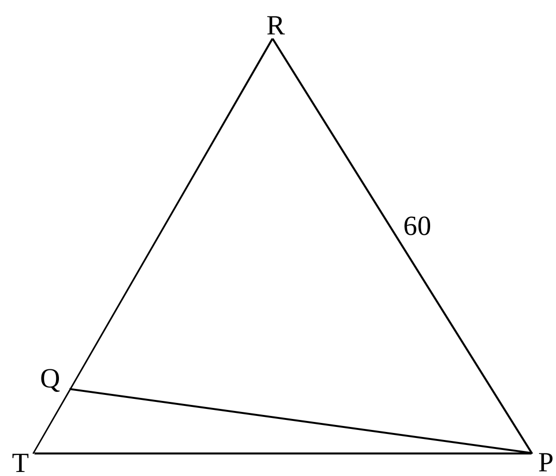
VRAAG 7

7.1 In die diagram hieronder word Δ ABC geskets met A by die oorsprong, B op die x-as en die hoogtehoek C met koördinate (bcosA ; bsinA)



Gebruik die bostaande diagram en bewys dat $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ (4)

7.2 In die diagram hieronder, is ΔTPR gelyksydig met PR = 60 eenhede. Q is ón punt op RT sodat RQ:QT = 5:1



7.2.1 Toon aan, deur berekeninge, dat PQ=55,68 eenhede. (4)

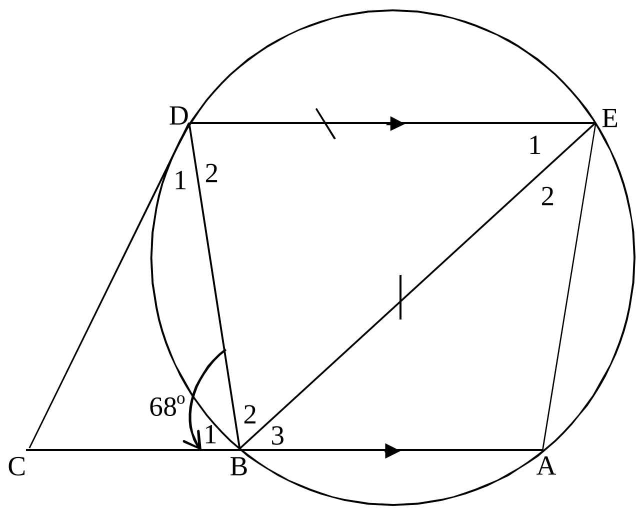
7.2.2 Dit word gegee dat S enige punt op die reguit lyn PQ is. Bereken die afstand QS wanneer S die naaste aan R is (4)

[12]

Gee redes vir jou bewerings in VRAAG 8, 9 en 10.

VRAAG 8

In die onderstaande diagram is BAED 'n koordevierhoek met BA || DE. BE = DE en $D\hat{B}C = 68^\circ$. Die raaklyn aan die sirkel in D, ontmoet AB verleng tot C.



8.1 Bereken, met redes, die grootte van:

8.1.1 $D\hat{E}A$ (2)

8.1.2 $\hat{A}$ (1)

8.1.3 $\hat{D}_2$ (2)

8.1.4 $\hat{B}_2$ (1)

8.1.5 $\hat{D}_1$ (3)

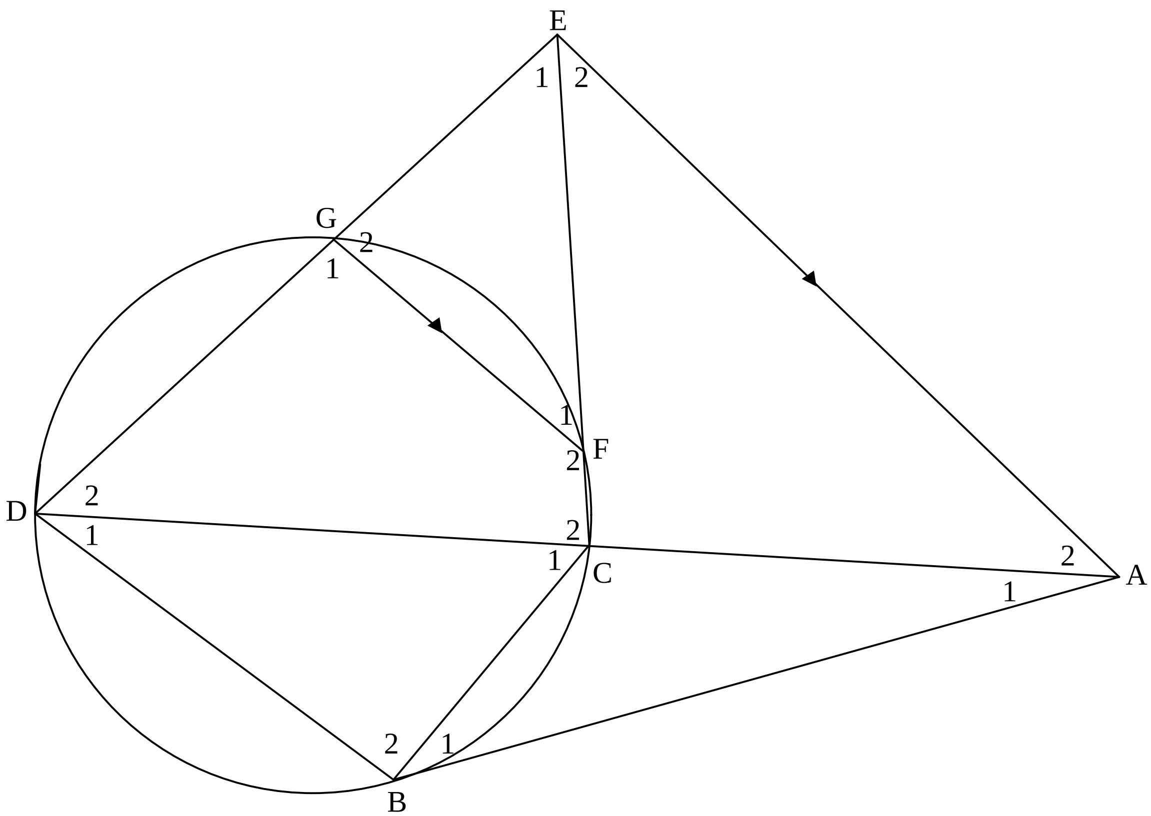
8.2 Bewys dat Δ BDC gelykbenig is. (2)

8.3 Bewys dat DE 'n raaklyn is aan die sirkel wat deur die punte C, B en D gaan by D. (2)

[13]

VRAAG 9

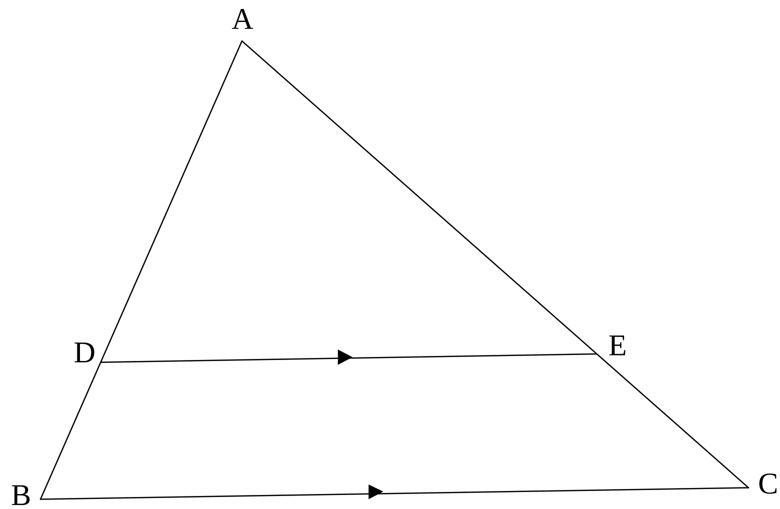
In die diagram is DGFC 'n koordevierhoek en AB is 'n raaklyn aan die sirkel by B. Koorde DB en BC is getrek. DG verleng en CF verleng ontmoet in E en DC word verleng na A. EA | | GF



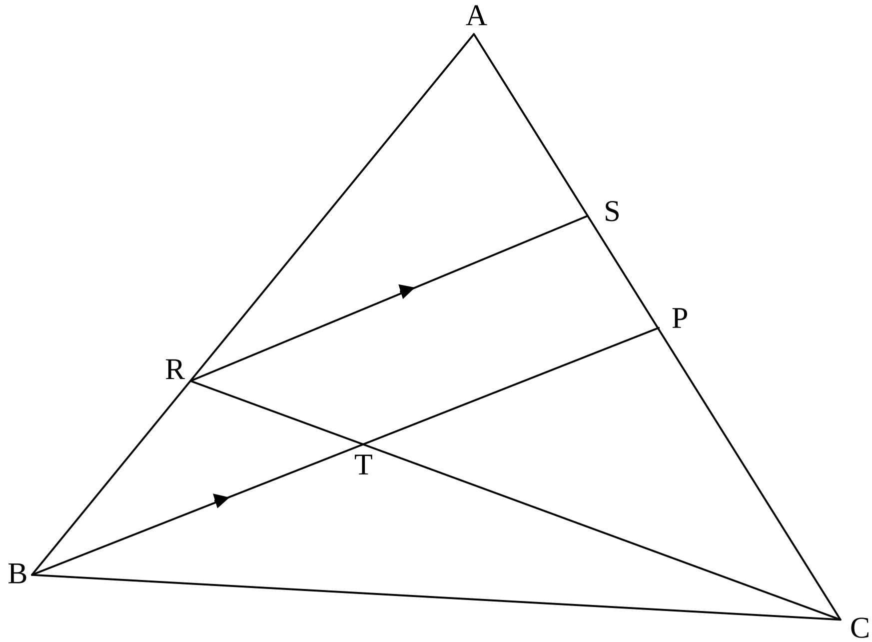
9.1	Gee 'n rede waarom $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$.	(1)
9.2	Bewys $\Delta ABC \,|||\, \Delta ADB$.	(3)
9.3	Bewys $\hat{E}_2 = \hat{D}_2$	(4)
9.4	Bewys $AE = \sqrt{AD \times AC}$.	(5)
9.5	Lei vervolgens af dat AE = AB.	(3)
		[16]

VRAAG 10

10.1 In ΔABC hieronder is D en E punte op AB en AC onderskeidelik sodat DE | | BC. Bewys die stelling wat beweer dat $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. (6)



10.2 In die diagram hieronder is P die middelpunt van AC in ΔABC. R is 'n punt op AB sodat RS | | BP en $\frac{AR}{AB} = \frac{3}{5}$. RC sny BP in T.



Bepaal, met redes, die volgende verhoudings:

10.2.1 $\frac{AS}{SC}$ (4)

10.2.2 $\frac{RT}{TC}$ (3)

10.2.3 $\frac{\text{Oppervlakte van } \Delta RAS}{\text{Oppervlakte van } \Delta RSC}$ (2)

10.2.4 $\frac{\text{Oppervlakte van } \Delta TPC}{\text{Oppervlakte van } \Delta RSC}$ (3)

[18]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $A = P(1 - ni)$ $A = P(1 - i)^n$ $A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$;

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$ $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$\textit{oppervlakte}\,\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ P(A of B) = P(A) + P(B) ï P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$