



education

Department:
Education
North West Provincial Government
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

PROVINSIALE ASSESSERING

GRAAD 12

TEGNIESE WISKUNDE V2

JUNIE 2024

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye en 'n 2 bladsy-inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word.

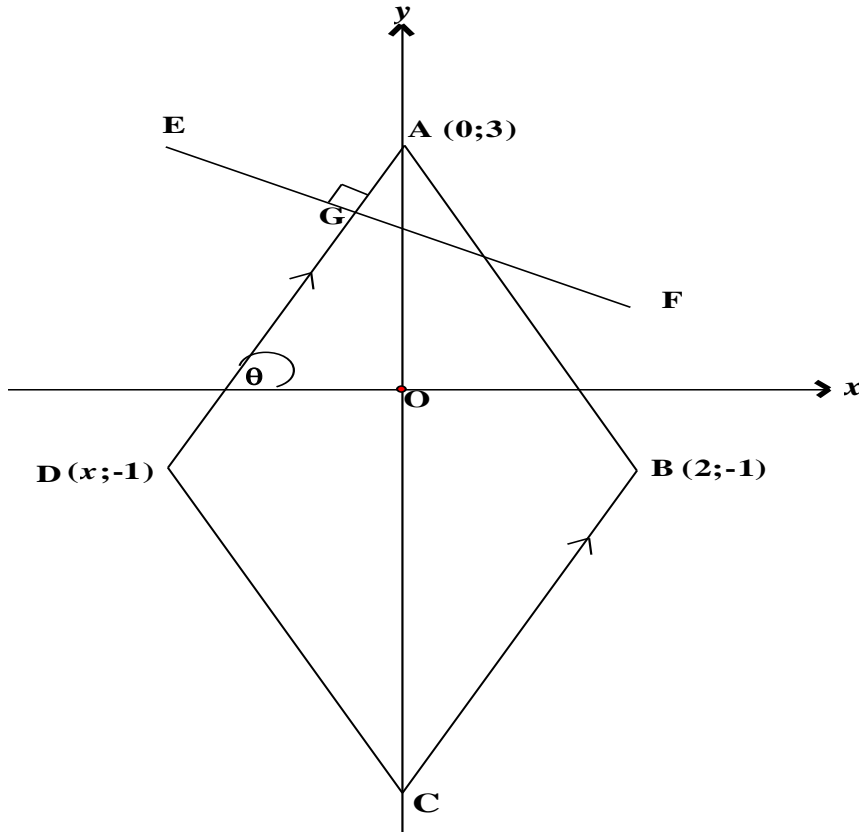
1. Die vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord al die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal nie NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
5. Indien nodig rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik tensy anders vermeld.
8. 'n Inligtingsblad met Formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 In die diagram hieronder is vierhoek ABCD gegee met hoekpunte $A(0; 3)$, $B(2; -1)$, en $D(x; -1)$.

$AD \parallel BC$ en $EF \perp AD$

θ is die inklinasiehoek op die x -as wat gevorm word deur lyn AD



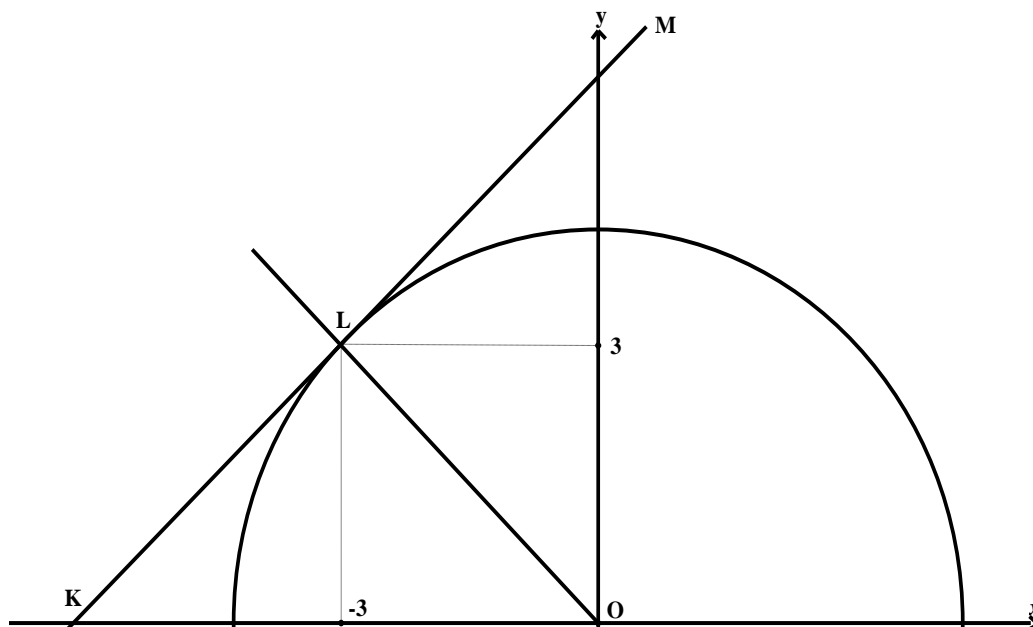
Bereken:

- 1.1.1 Die gradient van AB (2)
- 1.1.2 Die vergelyking van AB (2)
- 1.1.3 Die koördinate van die middelpunt van AB (2)
- 1.1.4 Die x -koördinaat van D indien lyn BD parallel is aan die x -as en BD gelyk is aan 4 eenhede (1)
- 1.1.5 Die koördinate van C indien die vergelyking van BC voorgestel word as:
 $y = 2x - 5$ (1)
- 1.1.6 Die lengte van AC (1)
- 1.2 Bepaal met rede die vergelyking van AD. (2)
- 1.3 Bepaal met rede die vergelyking van lyn EF indien $E(-1; 3)$ is. (4)
- 1.4 Bereken die waarde van θ (2)

[17]

VRAAG 2

- 2.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die halfsirkel. OL is die radius en KM is die raaklyn aan die halfsirkel by L. K is die x-afsnit van die raaklyn.



Bepaal:

- 2.1.1 Die vergelyking van die halfsirkel in die vorm van $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ (3)
- 2.1.2 Die gradient van OL en bepaal vervolgens die vergelyking van OL (2)
- 2.1.3 Die vergelyking van KM (3)
- 2.1.4 Die koördinate van K (2)
- 2.2 Gegee:

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{64} = 1$$

Teken die grafiek wat deur die vergelyking hierbo gedefinieer word. (3)

[13]

VRAAG 3

- 3.1 Bereken die volgende indien $\beta = 63^\circ$ en $\alpha = \frac{\pi}{3}$.
Rond die antwoord af tot TWEE desimale plekke.

$$\sin(2\beta + \alpha)$$

(3)

- 3.2 Gegee: $\sin \theta + \frac{5}{23} = \frac{-8}{23}$ en $\theta \in [0^\circ; 270^\circ]$

- 3.2.1 Teken 'n diagram om die verhouding hierbo te illustreer.
Gebruik die diagram en bereken die volgende **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**.

(2)

3.2.2 $\tan \theta$

(3)

3.2.3 $23 \sin \theta + 23 \cos \theta$ (*Rond antwoord af tot naaste heelgetal*)

(3)

- 3.3 Los op vir x in die vergelyking as $x \in [0^\circ; 360^\circ]$
 $2 \tan x = -3$

(4)

[15]**VRAAG 4**

- 4.1 Vereenvoudig die volgende:

$$\frac{-\sin(360^\circ - \theta) \cos(180^\circ + \theta) \tan(180^\circ - \theta)}{-\cos(180^\circ - \theta) \tan(\theta) \sin(\pi + \theta)}$$

(6)

- 4.2 Bewys dat:

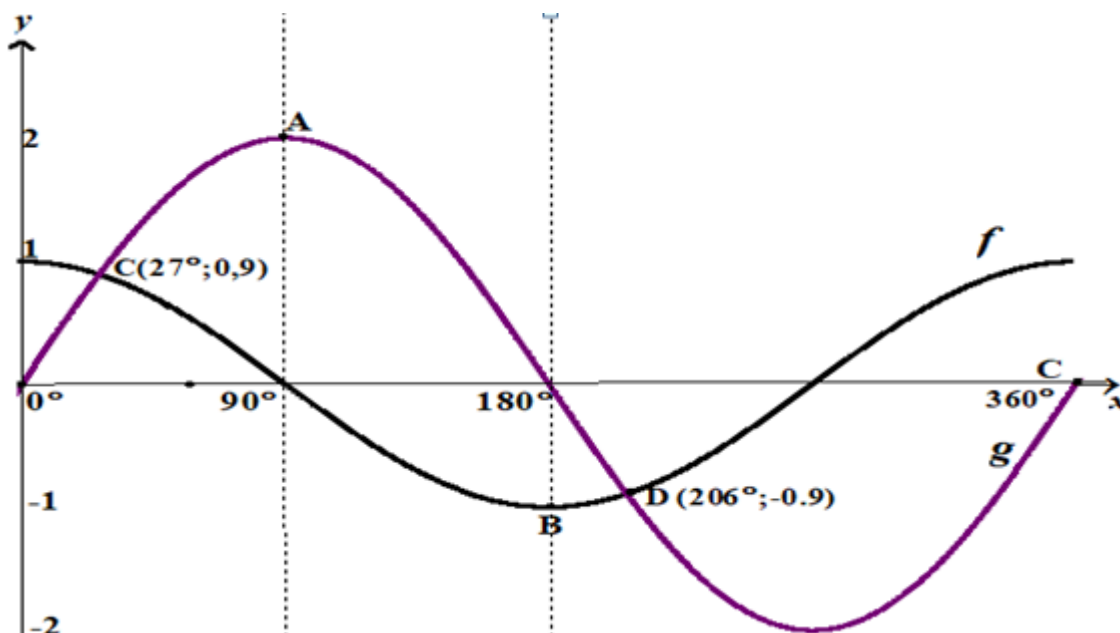
$$\frac{(1 - \cos^2 \theta) \cot^2 \theta}{(1 - \sin^2 \theta)} = 1$$

(4)

[10]

VRAAG 5

Die diagram hieronder toon die grafieke van: $g(x) = 2 \sin x$ en $f(x) = \cos x$ vir die definisiegebied $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.



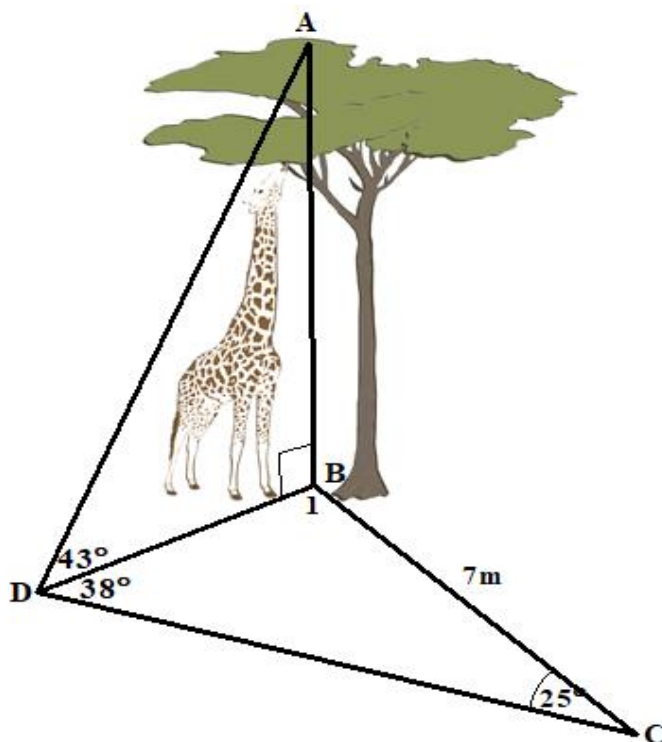
- 5.1 Wat is die amplitude van:
- 5.1.1 $f(x)$ (1)
- 5.1.2 $g(x)$ (1)
- 5.2 Bepaal, die koördinate van die draaipunte by A en B. (2)
- 5.3 Wat is die periode van f ? (1)
- 5.4 Bepaal, deur vanaf die grafiek te lees:
- 5.4.1 die koördinate waar $f(x) = g(x)$ (2)
- 5.4.2 die waardes van x waar $g(x) \geq f(x)$ (2)
- 5.5 Skryf die waardeversameling van g neer. (2)

[11]

VRAAG 6

In die skets hieronder is 'n kameelperd wat aan 'n boom vreet. AB stel die hoogte van die boom voor en is loodreg op die horisontale vlak BCD wat op grondvlak is.

$BC = 7$ meter, $\hat{C} = 25^\circ$, $\hat{CDB} = 38^\circ$ en die hoogthoek vanaf D na A is 43° .



- 6.1 Bereken die lengte van BD . (3)
- 6.2 Bereken AB , die benaderde hoogte van die boom, korrek tot EEN desimale plek. (2)
- 6.3 Indien die hoogte van die kameelperd soos op die skets voorgestel, $4/5$ is van die boom, bereken die hoogte van die kameelperd. (2)
- 6.4 Bereken die oppervlakte van $\triangle BCD$. (3)
- [10]**

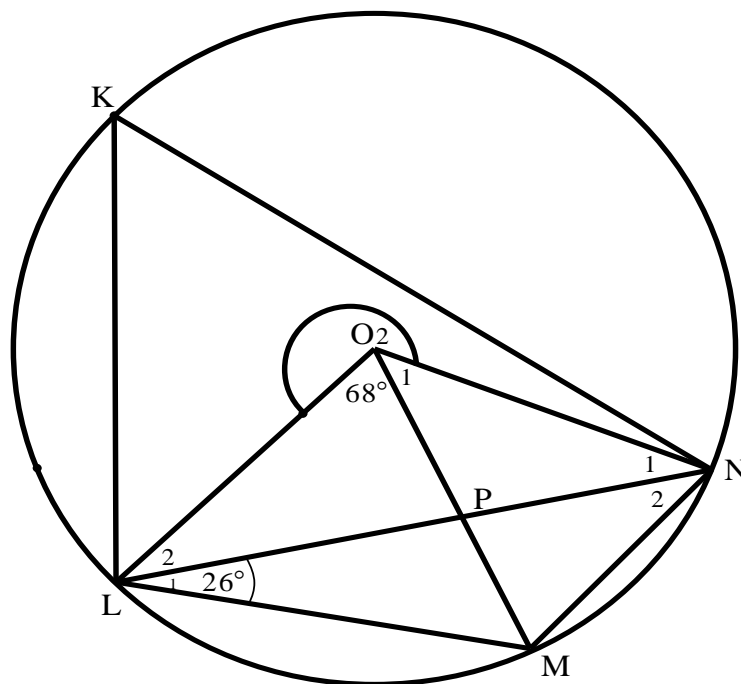
Gee redes vir jou bewerings in VRAAG 7, 8 en 9.

VRAAG 7

7.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel.

$$\widehat{LOM} = 68^\circ \text{ en } \widehat{L}_1 = 26^\circ$$

K, L, M en N is punte op die omtrek van die sirkel en vorm koordevierhoek KLMN.



Bepaal, met rede, die grootte van:

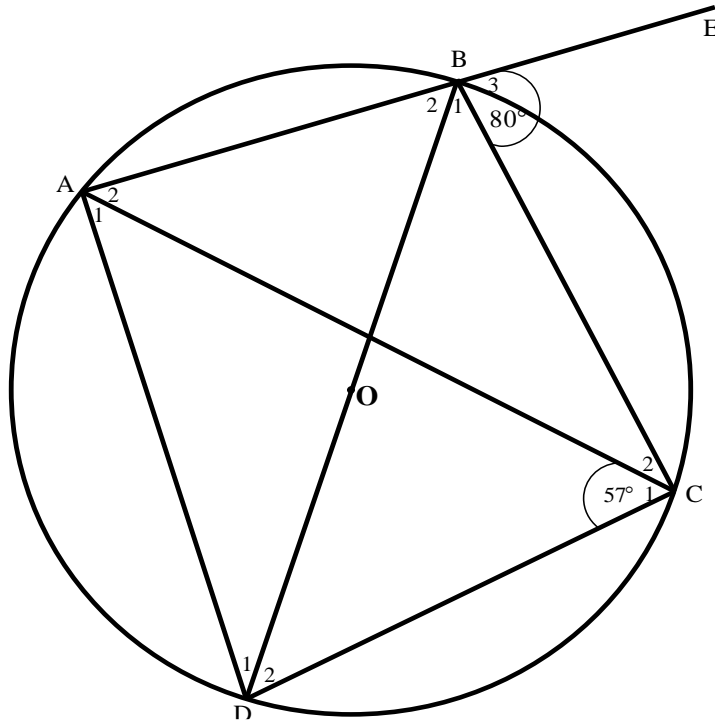
7.1.1 \widehat{O}_1 (2)

7.1.2 \widehat{LKN} (2)

7.1.3 \widehat{LMN} (2)

7.1.4 \widehat{N}_1 (2)

- 7.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel.
 ABCD is 'n koordevierhoek.
 $\hat{C}_1 = 57^\circ$, en $\hat{B}_3 = 80^\circ$
 AB is verleng en vorm 'n reguitlyn tot by E.



Bepaal, met redes, die volgende:

- 7.2.1 Nog 'n ander hoek wat gelyk is aan 57° (2)
- 7.2.2 \hat{ADC} (2)
- 7.2.3 \hat{C}_2 (2)

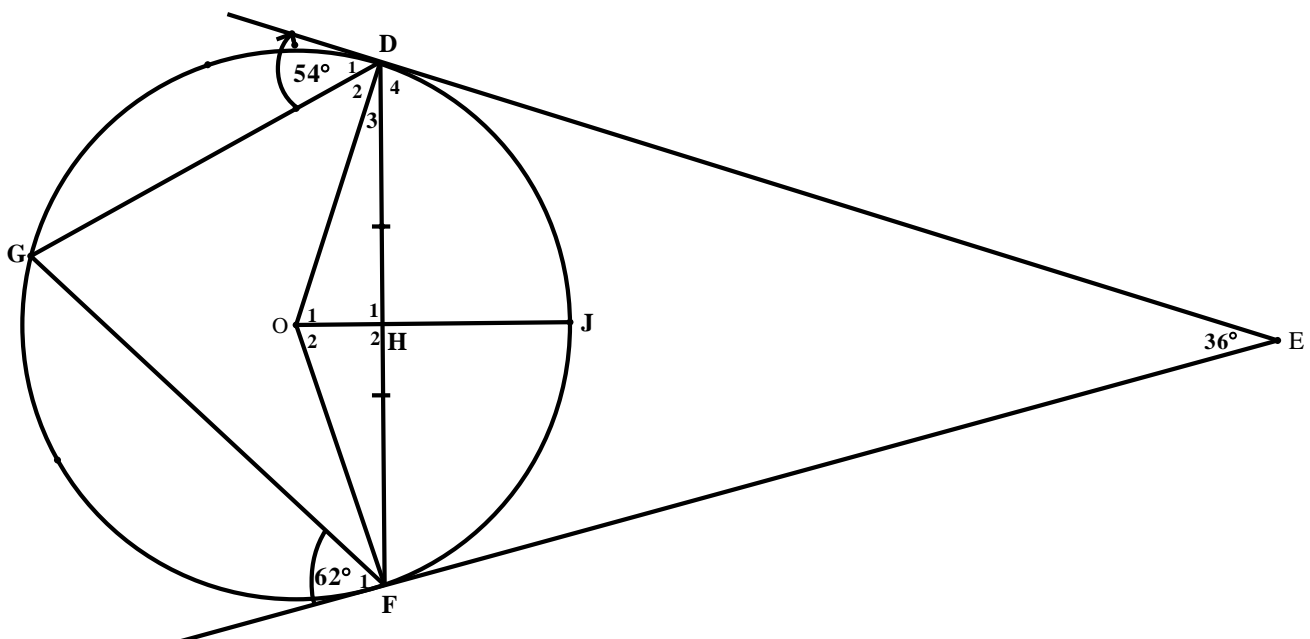
[14]

VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende stelling:

Twee raaklyne vanaf dieselfde punt buite 'n sirkel is ... (1)

8.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel.
ED en EF is raaklyne aan die sirkel.
G is op die omtrek van die sirkel en vorm koorde GD en GF.
 $\widehat{D}_1 = 54^\circ$, $\widehat{F}_1 = 62^\circ$ en $\widehat{E} = 36^\circ$
DH = HF



Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

8.2.1 \widehat{EFO} (2)

8.2.2 \widehat{DFG} (2)

8.2.3 \widehat{D}_2 (2)

8.2.4 \widehat{H}_1 (2)

8.2.5 \widehat{D}_3 (3)

8.2.6 \widehat{O}_1 (2)

8.2.7 \widehat{G} (2)

[16]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die volgende stelling:

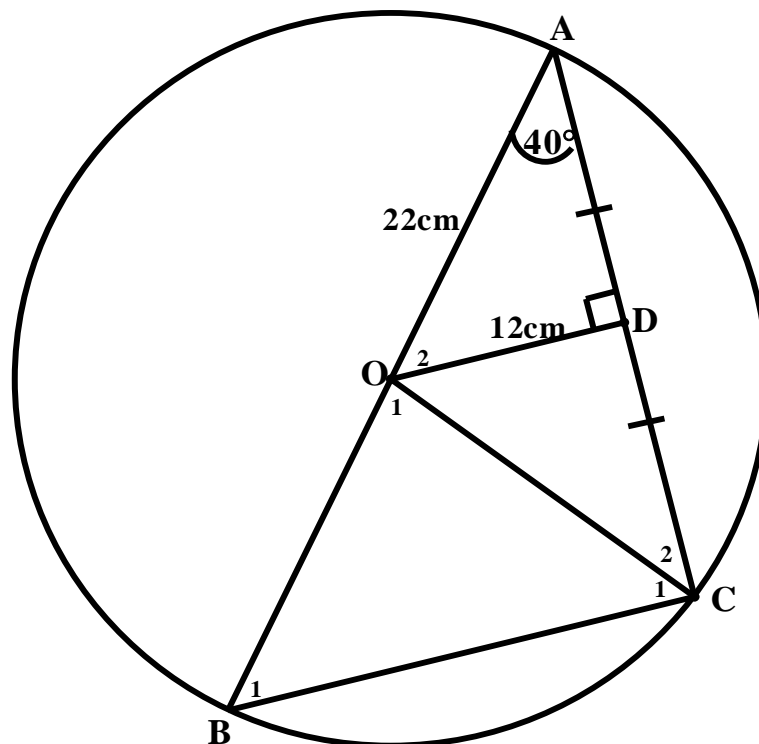
Die Lyn wat die twee middelpunte van twee sye van 'n driehoek verbind is die ...van die derde sy. (1)

9.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel.

A, B, en C is op die omtrek van die sirkel.

$\widehat{ADO} = 90^\circ$ en $\widehat{A} = 40^\circ$

Die radius is 22 cm en $OD = 12$ cm



Bepaal die volgende:

9.2.1 of $OD \parallel BC$, gee 'n rede vir jou antwoord. (2)

9.2.2 Die lengte van BC (1)

9.2.3 Die lengte van AD (2)

9.3 Bereken, met redes, die grootte van \widehat{O}_1 (2)

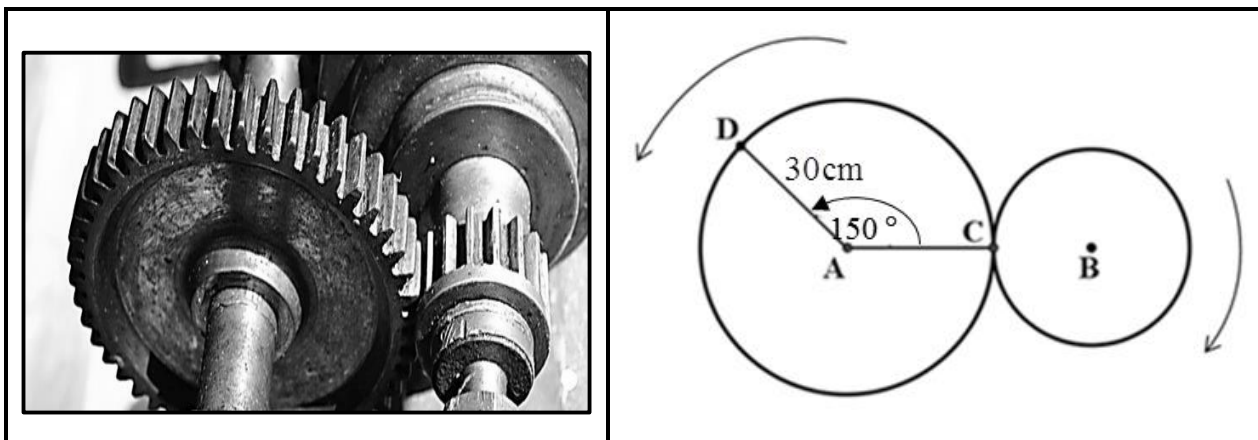
9.4 Is $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)

9.5 Is $\triangle AOD \parallel \triangle ABC$? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)

[12]

VRAAG 10

- 10.1 Die prentjie hieronder toon twee ratte wat inkam. Die diagram langs die prentjie toon die twee ingekamde ratte. Wanneer die groter rat (middelpunt A), met 'n radius van 30 cm, roteer, veroorsaak dit dat die kleiner rat (middelpunt B) in die teenoorgestelde rigting roteer. Die twee ratte is in kontak by punt C na 'n 150° -rotasie van die groter rat.

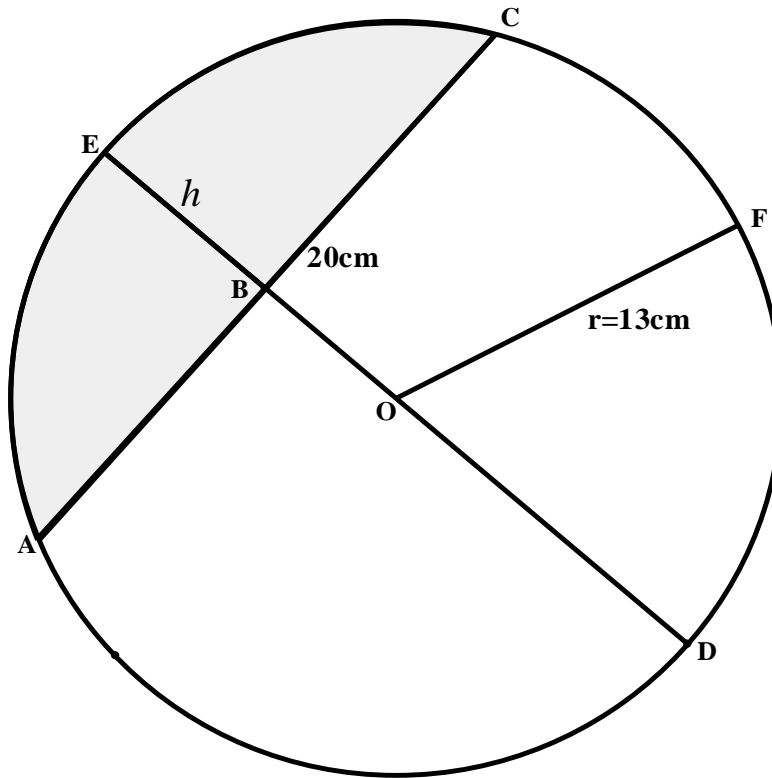


- 10.1.1 Herlei 150° na radiale. (2)
- 10.1.2 Bereken die oppervlakte (area) van die klein sektor, DAC (3)
- 10.1.3 Bepaal die lengte van die klein boog, DC. (3)
- 10.1.4 Bereken die omtreksnelheid in meter per sekonde, van die groot rat as dit teen 90 omwentelings per minuut roteer. (4)

10.2 In die diagram hieronder, is die hoogte van die geskakeerde segment h . Die lengte van die koord $AC = 20\text{ cm}$ en $r = 13\text{ cm}$

Bereken die hoogte (h) van die geskakeerde segment.

(4)

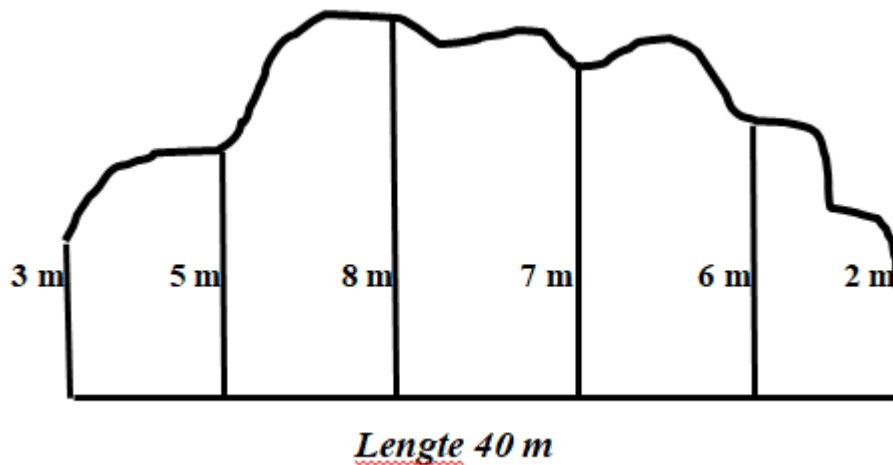


[16]

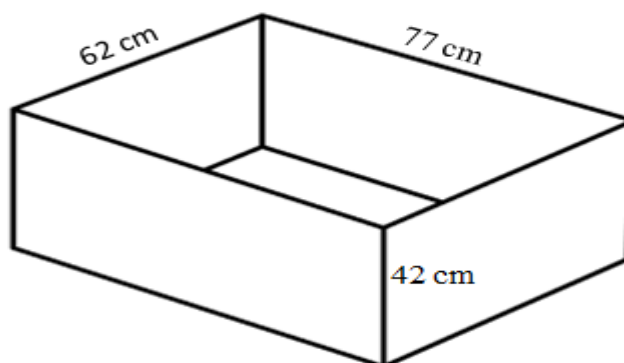
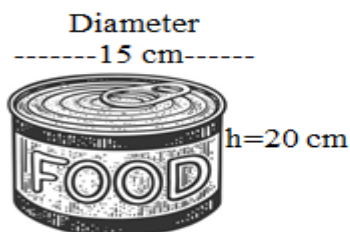
VRAAG 11

11.1 Bereken die oppervlakte van die onreëlmatige vorm deur van die middelordinaat-reël gebruik te maak. Die lengte van 40 m is in 5 gelyke dele verdeel.

(4)



- 11.2 Bestudeer die twee artikels hieronder en beantwoord die vrae wat volg.
Die blikkie se afmetings is: *deursnee* = 15 cm en *hoogte* = 20 cm
Die reghoekige oop houtboks is: $l = 77$ cm, $b = 62$ cm en $h = 42$ cm



Formules:

Silinder

$$\text{Oppervlakte} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$\text{Volume} = \pi r^2 h$$

Reghoekige prisma

$$\text{Oppervlakte} = 2(lb + lh + bh)$$

$$\text{Volume} = l \times b \times h$$

- 11.2.1 Herlei die afmetings van die houtboks na meters. (1)
- 11.2.2 Bereken die totale buite oppervlakte van die houtboks. Antwoord in m^2 . (3)
- 11.2.3 Indien: $1 \text{ liter} = 1\,000 \text{ cm}^3$
Bewys dat die volume van die blikkie afgerond kan word tot 3,5 liter. (3)
- 11.2.4 Bereken hoeveel blikkies kan met 55 liter sop gevul word. (1)
- 11.2.5 Bereken die maksimum hoeveelheid blikkies wat in die houtboks sal pas. (4)

[16]

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area van } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\pi \text{rad} = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2\pi N$$

waar N = rotasie frekwensie

$$\text{Omtreksnelheid} = V = \pi DN$$

waar D = diameter en
 N = rotasie frekwensie

$$s = r\theta$$

waar r = radius en
 θ = middelpuntshoek(in radiale)

$$\text{Area van sektor} = \frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2}$$

waar r = radius, s = booglengte en
 θ = middelpuntshoek(radiale)

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$$

waar h = hoogte van segment,
 d = diameter van sirkel en
 x = koordlengte

$$A_T = a \left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right)$$

waar a = gelyke dele,
 $o_i = i^{\text{th}}$ ordinate en
 n = aantal ordinate

OF

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n)$$

waar a = gelyke dele

$$m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2}$$