



education

Department:
Education
North West Provincial Government
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

PROVINSIALE ASSESSERING

GRAAD 12

WISKUNDE V2
JUNIE 2024

TOTAAL: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, 1 inligtingsblad en n antwoordeboek van 21 bladsye.

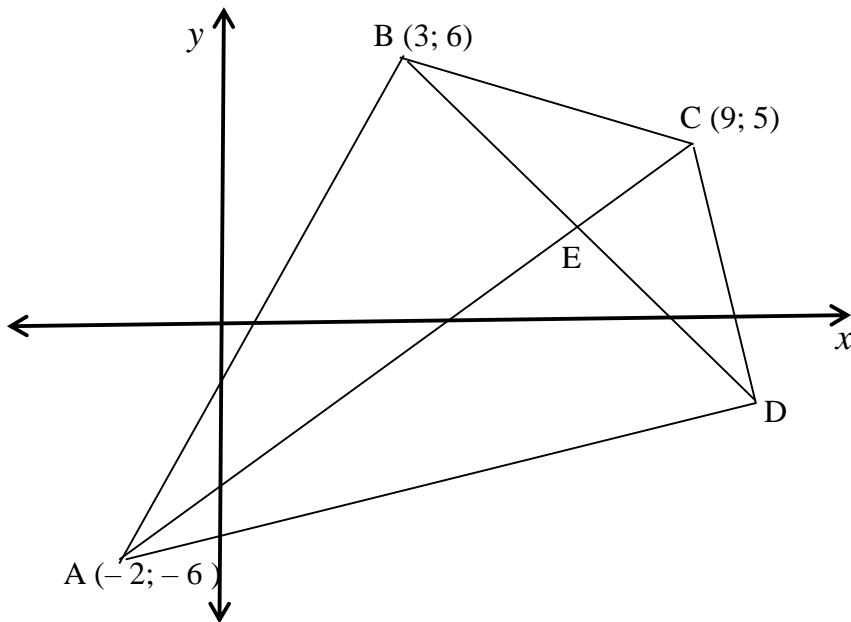
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae antwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 9 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Skryf AL die antwoorde in die ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
5. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig vol punte verdien nie.
6. Jy mag n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld..
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
9. Gebruik dieselfde nommeringstelsel as wat in die vraestel gebruik word.
10. `n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel aangeheg.
11. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

In die onderstaande figuur is $A(-2; -6)$, $B(3; 6)$, $C(9; 5)$ en D verbind om 'n vlieër te vorm.

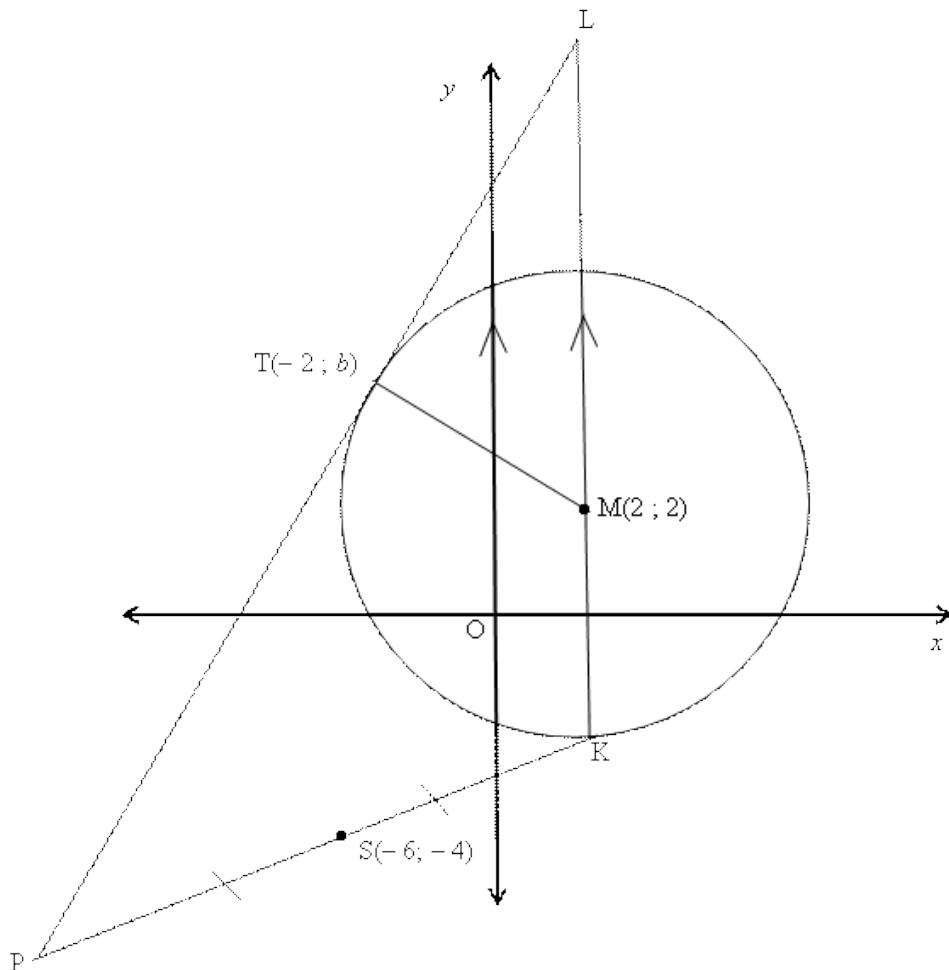


- 1.1 Bereken die lengte van AC en gee jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm. (2)
- 1.2 Bereken die gradient van AC . (2)
- 1.3 Bepaal die vergelyking van AC . (2)
- 1.4 Gee 'n rede waarom $AE \perp BD$. (1)
- 1.5 Bepaal die vergelyking van BD . (3)
- 1.6 Bepaal die koördinate van E . (3)
- 1.7 Bepaal met redes, die koördinate van D . (3)
- 1.8 Bepaal die grootte van \hat{ADC} . (5)

[21]

VRAAG 2

In die figuur is die middelpunt van die sirkel $M(2; 2)$. Radius KM is verleng na L , 'n punt buite die sirkel, sodat $KML \parallel y-as. LTP is 'n raaklyn aan die sirkel by $T(-2; b)$.
 $S(-6; -4)$ is die middelpunt van $\triangle PKL$.$



- 2.1 As die radius van die sirkel 5 eenhede is, toon dat $b = 5$. (4)
- 2.2 Bepaal:
- 2.2.1 Die koördinate van K . (2)
 - 2.2.2 Die vergelyking van die raaklyn LTP in die vorm $y = mx + c$. (4)
 - 2.2.3 Die oppervlakte van $\triangle LPK$. (7)
- 2.3 'n Ander sirkel, met die vergelyking $(x-2)^2 + (y-n)^2 = 25$, word geteken.
 Bepaal, met motivering, die waarde(s) van n waarvoor die twee sirkels mekaar uitwendig sal raak. (4)
- [21]

VRAAG 3

3.1 Vereenvoudig die onderstaande uitdrukking tot `n enkele trigonometriese verhouding.

$$\frac{\cos(90^\circ + x) \cdot \sin(540^\circ + x)}{\tan(x - 180^\circ) \cdot \cos(-x)} \quad (6)$$

3.2 Gegee: $\cos(P+Q) = \cos P \cdot \cos Q - \sin P \cdot \sin Q$

Gebruik die bostaande identiteit om $\cos 2P$ in terme van $\cos P$ uit te druk. (4)

3.3 As $\tan A = \frac{4}{3}$, waar $A \in [90^\circ; 360^\circ]$

Gebruik `n skets om die volgende te bepaal

3.3.1 $\sin A$ (3)

3.3.2 $\cos(A + 30^\circ)$ (4)

3.4 Gegee: $\cos 12^\circ = p$. Gebruik `n skets om die volgende te bepaal in terme van p , sonder die gebruik van `n sakrekenaar.

3.4.1 $\sin 78^\circ$ (2)

3.4.2 $\sin 6^\circ$ (4)

[23]

VRAAG 4

4.1 Bewys dat: $\frac{\sin 2x - \cos 2x + 1}{\sin 2x + \cos 2x + 1} = \tan x$ (7)

4.2 Vervolgens of andersins, bepaal die waarde van $\tan 22,5^\circ$, sonder die gebruik van `n sakrekenaar. (Laat jou antwoord in WORTELVORM). (3)

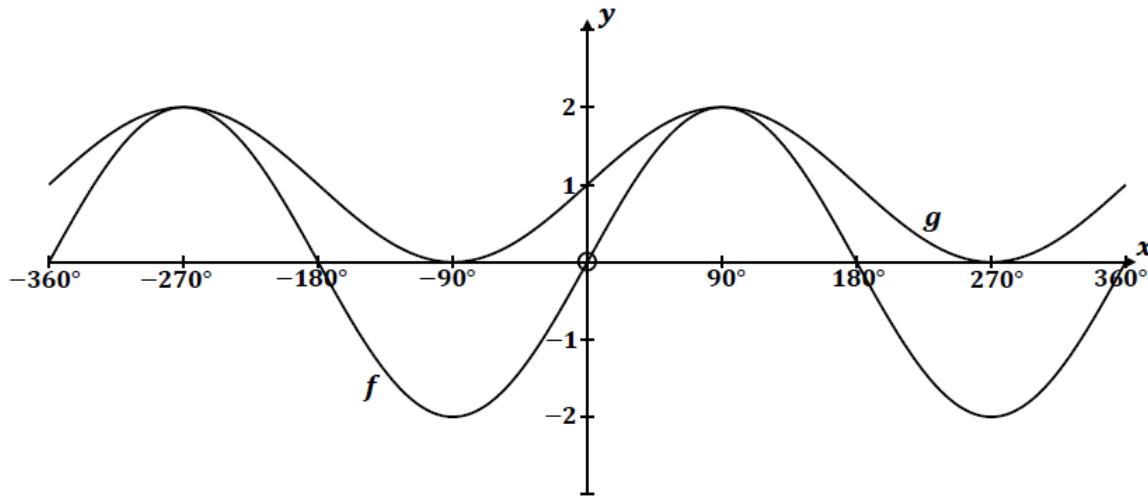
4.3 Bepaal die algemene oplossing van die vergelyking:

$3\cos 2x = 1 + 5\cos x$. (7)

[17]

VRAAG 5

Die onderstaande diagram toon die grafieke van $f(x) = a \sin x$ en $g(x) = \sin x + b$, vir $x \in [-360^\circ; 360^\circ]$.



Gebruik die gegewe grafieke om die volgende vrae te antwoord:

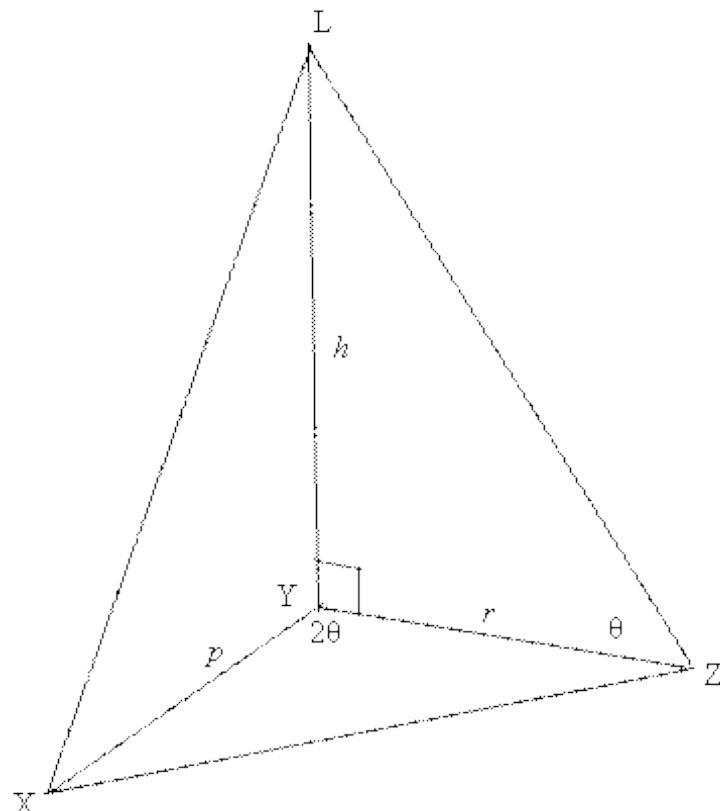
- 5.1 Skryf die waardes van a en b neer. (2)
 - 5.2 Wat is die amplitude van g ? (1)
 - 5.3 Bepaal die waarde(s) van x , $x \in [-360^\circ; 360^\circ]$, waarvoor:
 - 5.3.1 $f(x) = g(x)$. (2)
 - 5.3.2 $f'(x) \cdot g(x) > 0$. (3)
 - 5.3.3 die waarde van g afneem terwyl x se waarde toeneem . (2)
- [10]

VRAAG 6

In die onderstaande diagram, is LY 'n paal wat geplant is in die hoek van 'n driehoekige veld XYZ.

Die oppervlakte van die veld is $A \text{ m}^2$. $\hat{XYZ} = 2\theta$, $\hat{YZL} = \theta$ en $XY = p$ meter.

$LY = h$ meter, $YZ = r$ meter en $XZ = t$ meter



6.1 Bepaal A , die oppervlakte van $\triangle XYZ$ in terme van r , p en θ . (1)

6.2 Druk r uit in terms van A , p en θ . (2)

6.3 Toon vervolgens dat die hoogte van die paal h , gegee word deur:

$$h = \frac{A}{p \cos^2 \theta} \quad (5)$$

6.4 As $h = 20\text{m}$, $p = 10\text{m}$ en $\theta = 60^\circ$

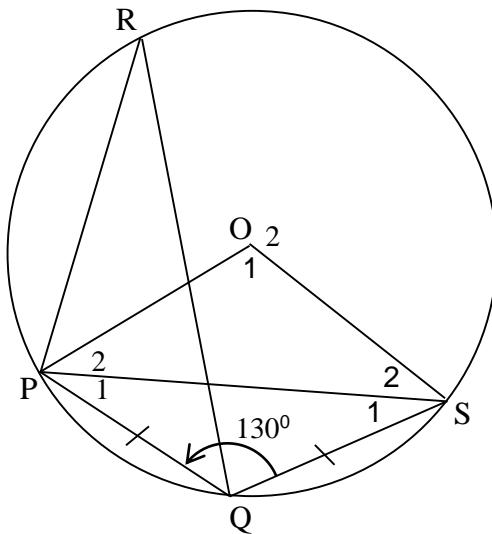
Bepaal:

6.4.1 A , die oppervlakte van $\triangle XYZ$. (2)

6.4.2 Die lengte van t korrek tot 2 desimale plekke (4)
[14]

VRAAG 7

- 7.1 In die onderstaande diagram is O die middelpunt van die sirkel. P, Q, S en R, is punte op die omtrek van die sirkel. $PQ = QS$ en $\hat{PQS} = 130^\circ$.



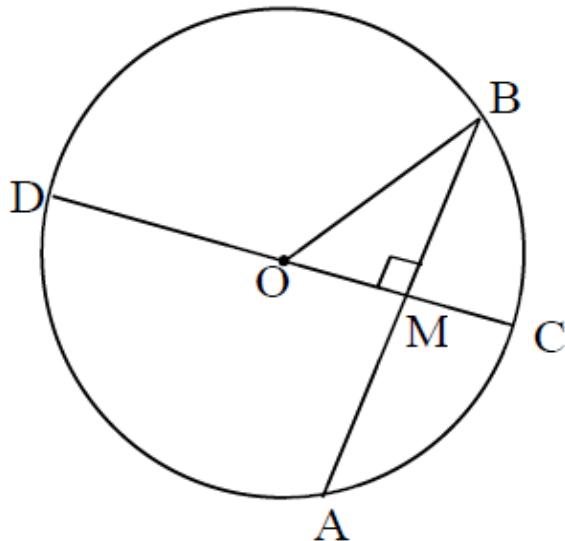
Bepaal, met redes, die groottes van:

7.1.1 \hat{S}_1 (3)

7.1.2 \hat{R} (2)

7.1.3 \hat{O}_1 (3)

- 7.2 In die onderstaande diagram is O die middelpunt van die sirkel.
 AB is loodreg op die middellyn DC.
 $CM : MD = 2 : 7$ en $AB = 14$ eenhede.

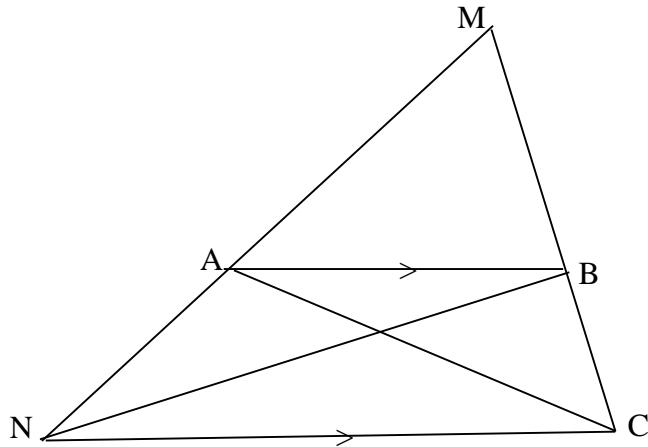


Indien $CM = 2x$:

- 7.2.1 Druk DC uit in terme van x . (1)
- 7.2.2 Druk OM uit in terme van x . (2)
- 7.2.3 Bereken vervolgens of andersins die lengte van die radius. (5)
[16]

VRAAG 8

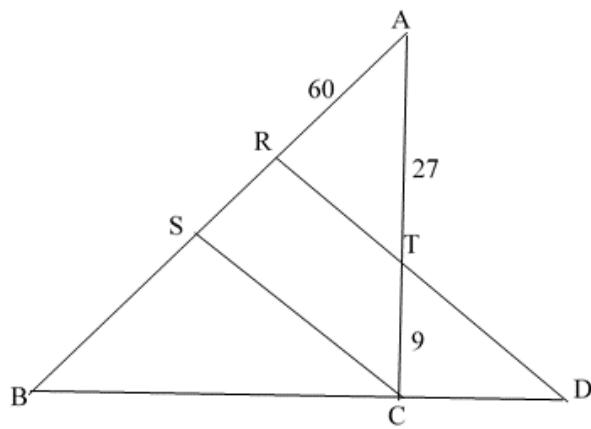
- 8.1 In die onderstaande diagram is $\triangle MNC$ geteken met A 'n punt op MN en B 'n punt op MC sodat $AB \parallel NC$.
 AC en NC is getrek.



Gebruik die diagram om die stelling te bewys dat

$$\frac{MA}{AN} = \frac{MB}{BC} \quad (7)$$

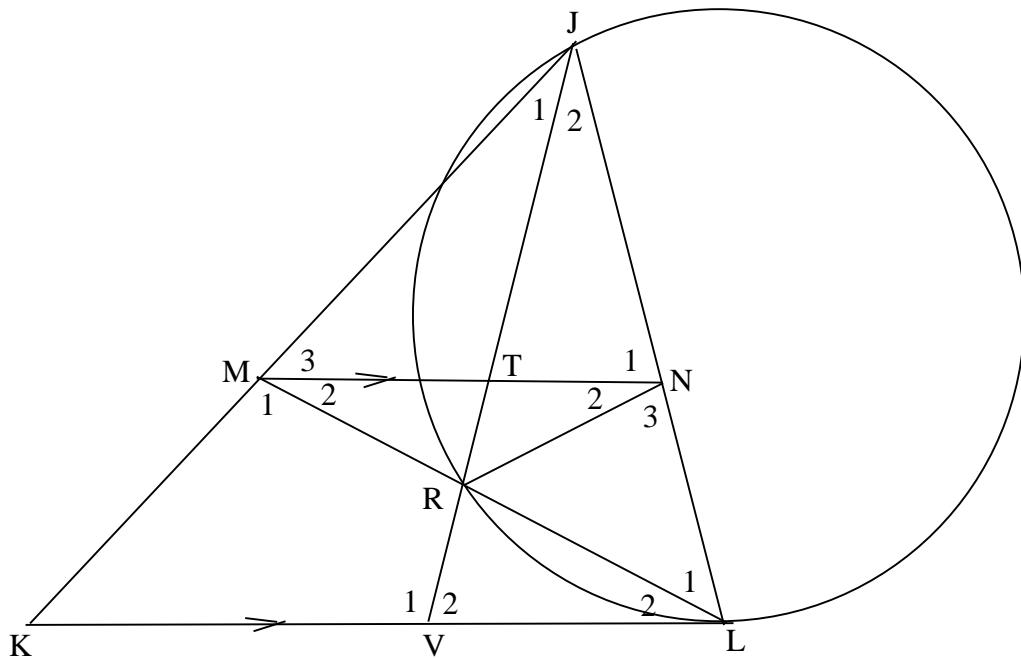
- 8.2 In die diagram is $\triangle ABC$ met BC wat na D verleng word. RD is getrek, met punt T op AC en R op BA.
 CS is getrek. $TC = 9$ cm, $AT = 27$ cm, $AR = 60$ cm en $AS = 80$ cm.



- 8.2.1 Bewys dat $SC \parallel RT$ (3)
 8.2.2 Bepaal die lengte van RS (1)
 8.2.3 As $AR : RB = 2 : 3$ en $BC = 30$ cm, bereken die lengte van CD. (5)
[16]

VRAAG 9

In die onderstaande skets is KL `n raaklyn aan die sirkel. L, J en R is punte op die sirkel. MN is ewewydig aan KL .



Bewys dat:

9.1 $JMRN$ `n koordevierhoek is. (3)

9.2 $\Delta JNR \parallel\!\!\!\parallel \Delta LMK$ (3)

9.3
$$\frac{NL \cdot JT}{TV} = \frac{LM \cdot NR}{MK}$$
 (6)
[12]

TOTAAL : 150

INLIGTINGSBLAD WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1+ni) \quad A = P(1-ni) \quad A = P(1-i)^n \quad A = P(1+i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d \quad S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1} \quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}; r \neq 1 \quad S_\infty = \frac{a}{1-r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i} \quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \quad y - y_1 = m(x - x_1) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \tan \theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \Delta ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta & \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta & \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases} \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

$$\hat{y} = a + bx \quad b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$