



## **Education and Sport Development**

Department of Education and Sport Development  
Departement van Onderwys en Sport Ontwikkeling  
Lefapha la Thuto le Tlhabololo ya Metshameko

**NORTH WEST PROVINCE**

### **NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**TEGNIJSE WISKUNDE V2**

**SEPTEMBER 2019**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye en 'n inligtingsblad wat uit 2 bladsye bestaan en 2 antwoord bladsye.**

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

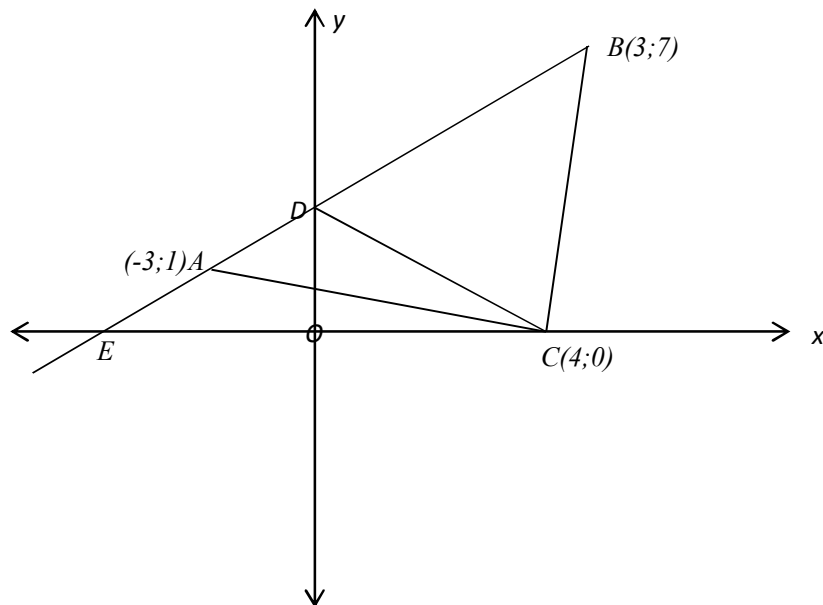
Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Die vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Wys ALLE berekeninge, diagramme, sketse, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik.
4. Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte kry nie.
5. Jy mag ñ goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar ( nie grafies en nie-programmeerbaar) sa gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke tensy anders vermeld
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE .
8. Diagramvelle om vraag 2.2 en 5.1 te beantwoord is voorsien.
9. ñ Inligtingsblad met toepaslike formules is aan die einde van die vraestel aangeheg.
10. Nommer antwoorde korrek in ooreenstemming met die nommeringstelsel gebruik in die vraestel.
11. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

In die onderstaande diagram is  $A(-3; 1)$ ,  $B(3; 7)$  en  $C(4; 0)$  hoekpunte van  $\triangle ABC$ .

Gebruik die diagram en beantwoord die vrae wat volg.

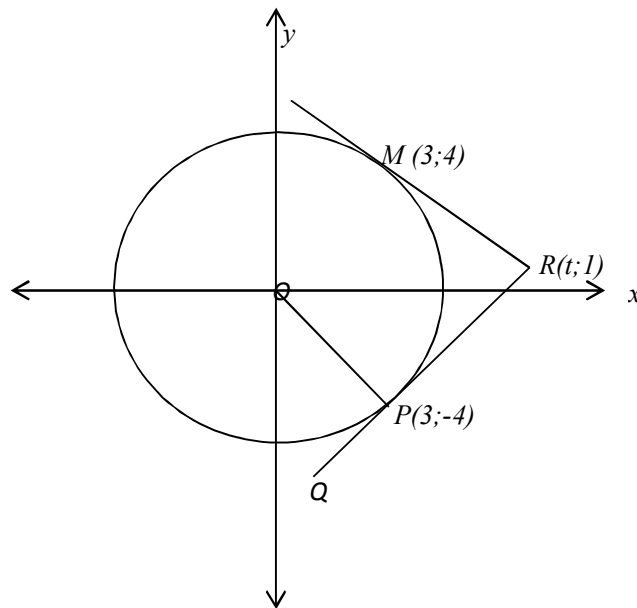


- 1.1 Bepaal die vergelyking van AB. (4)
- 1.2 Bewys dat OD 4 eenhede is. (2)
- 1.3 Gebruik analitiese metodes om te bewys dat DC loodreg op AB is. (4)
- 1.4 Bepaal die inklinasie hoek wat DC met die  $x$ -as maak. (3)
- 1.5 Bepaal die koördinate van E. (2)
- 1.6 Indien die lengte van BC  $5\sqrt{2}$  is, bepaal watter tipe driehoek  $\triangle ABC$  is. (3)

**[18]**

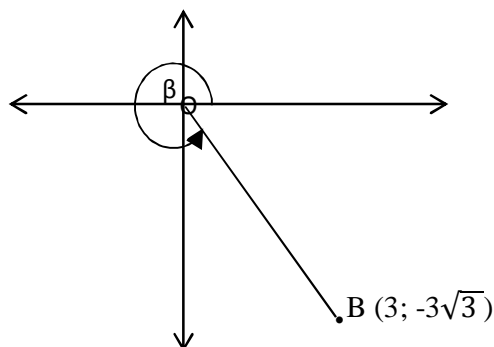
**VRAAG 2**

- 2.1 In die onderstaande diagram is O die middelpunt van 'n sirkel en QR en MR is beide raaklyne aan die sirkel. P(3; -4) en R(t; 1) is punte op die lyn QR.



Bepaal:

- 2.1.1 Die vergelyking van die sirkel in die vorm  $x^2 + y^2 = r^2$  (2)
- 2.1.2 Die vergelyking van RQ die raaklyn aan die sirkel by P (4)
- 2.2 Teken die grafiek van  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{49} = 1$  (Op die diagramvel verskaf) (3)
- Toon duidelik AL die afsnitte aan. [9]

**VRAAG 3**

- 3.1 Maak gebruik van die bostaande diagram en bepaal sonder die gebruik van sakrekenaar die numeriese waarde van:

3.1.1  $OB$  (2)

3.1.2  $\sec^2 \beta$  (3)

3.1.3  $3 \cot^2 \beta - \sin^2 \beta$  (3)

- 3.2 Bepaal die numeriese waarde van  $\cos \frac{2\pi}{3}$ . (2)

- 3.3 Bepaal die numeriese waarde van  $\operatorname{cosec} x$  indien  $15 \cos x = -12$  as  $x \in [0^\circ; 180^\circ]$  (4)

- 3.4 Indien  $\tan \theta = -\frac{2}{5}$  en  $\sin \theta > 0$   $\theta \in [0^\circ; 180^\circ]$

3.4.1 In watter kwadrant sal  $\theta$  lê? (1)

3.4.2 Bepaal vervolgens die grootte van  $\theta$ . (4)

**[19]**

**VRAAG 4**

- 4.1 Gebruik reduksie formules om die volgende te vereenvoudig tot een trigonometriese uitdrukking:

$$\frac{\tan^2(180^\circ - x) \cdot \cos^2(180^\circ + x) \cdot \operatorname{cosec}^2(360^\circ - x)}{\sin(180^\circ + x)} \quad (8)$$

- 4.2 Voltooi die volgende identiteit:  $\sec^2 2x - \tan^2 2x = \dots$  (1)

- 4.3 Vereenvoudig die volgende tot 'n enkele trigonometriese verhouding:

$$\sin^2 \theta + \frac{1}{\sec^2 \theta} + \frac{\tan \theta}{\cot \theta} \quad (7)$$

**[16]**

**VRAAG 5**

Gegee  $f(x) = \frac{1}{2} \sin x$  en  $g(x) = -\cos x$  waar  $x \in [0^\circ; 360^\circ]$

- 5.1 Teken 'n netjiese sketsgrafiek van beide  $f$  en  $g$  op dieselfde assestelsel op die rooster verskaf. Dui duidelik ALLE draaipunte, eindpunte en afsnitte aan. (6)
- 5.2 Gebruik die grafieke en beantwoord die vrae wat volg:
- 5.2.1 Wat is die amplitude van  $g$  ? (1)
- 5.2.2 Wat is die periode van  $f$ ? (1)
- 5.2.3 Gebruik die grafiek en bepaal vir watter waardes  $f(x) = g(x)$ . (2)
- 5.2.4 Vir watter waardes (in intervalnotasie) van  $x$  sal  $g(x) \geq f(x)$ ,  
 $x \in [0^\circ; 360^\circ]$  (2)

**[12]****VRAAG 6**

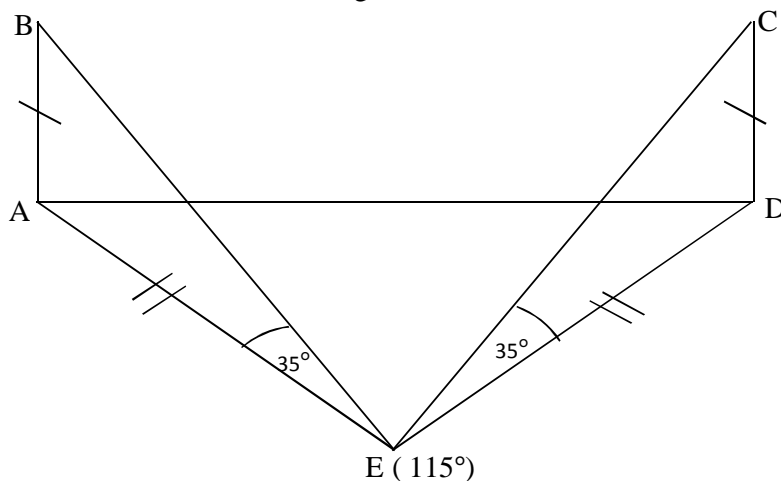
Twee geboue, AB en CD het dieselfde hoogte en is op dieselfde horisontale vlak soos aangetoon in die onderstaande skets.

E is op dieselfde horisontale vlak as A en D. AE en DE is beide 15m lank.

Die hoogte hoek vir beide B en C gemeet vanaf E is  $35^\circ$ .  $\angle AED = 115^\circ$

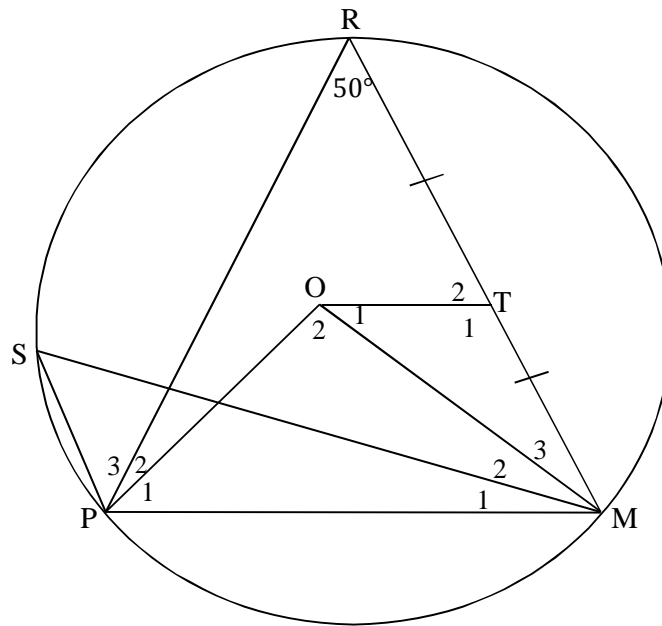
Beantwoord die volgende vrae en rond jou antwoorde af tot twee desimale plekke.

- 6.1 Bepaal die hoogtes van beide die geboue. (3)
- 6.2 Bepaal die afstand tussen die twee geboue. (3)

**[6]**

**VRAAG 7**

7.1 Die onderstaande diagram toon 'n sirkel met middelpunt O.  $\angle R = 50^\circ$  and  $RT = TM$ .



Bepaal met redes die groottes van die volgende hoeke:

7.1.1  $\angle SPT$  (2)

7.1.2  $\angle SMT$  (3)

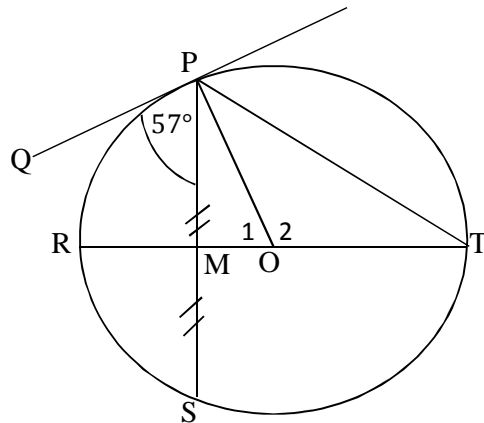
7.1.3  $\angle OPT$  (2)





- 7.3 In die onderstaande skets is  $\widehat{P_4} = 57^\circ$ . QP is 'n raaklyn aan die sirkel by P. RT halveer PS by M. O is die middelpunt van die sirkel.

Gebruik die inligting en beantwoord die vrae wat volg.



- 7.3.1 Voltooi die volgende stelling:

Indien die middellyn die koord halveer dan is die middellyn \_\_\_\_\_  
die koord. (1)

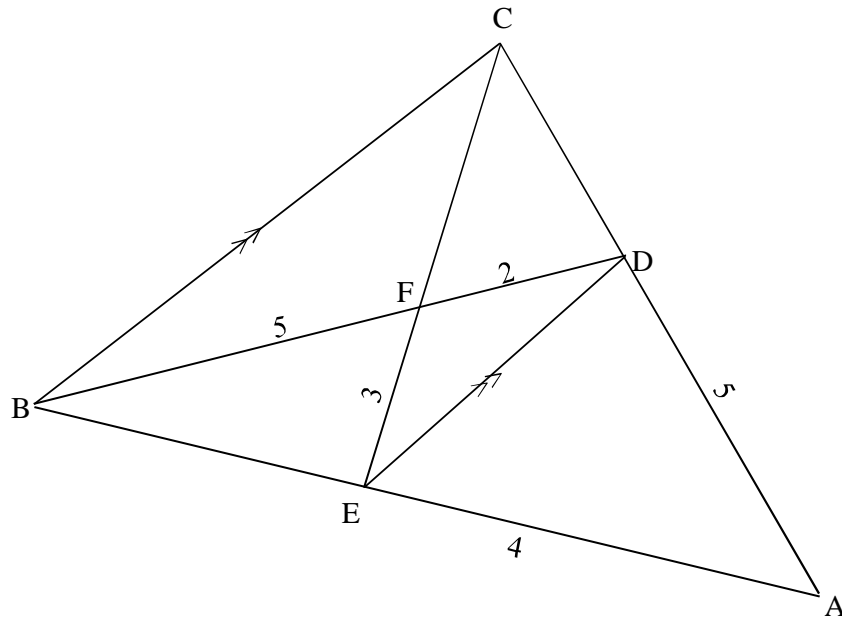
- 7.3.2 Bepaal met redes die groottes van:

- a)  $\angle SPO$  (2)  
b)  $\angle O_1$  (2)

[23]

**VRAAG 8**

- 8.1 Gee twee redes vir driehoeke om gelykvormig te wees. (2)
- 8.2 In  $\triangle ABC$ ,  $DE \parallel BC$ . Gebruik die skets en die inligting verskaf en beantwoord die onderstaande vrae.

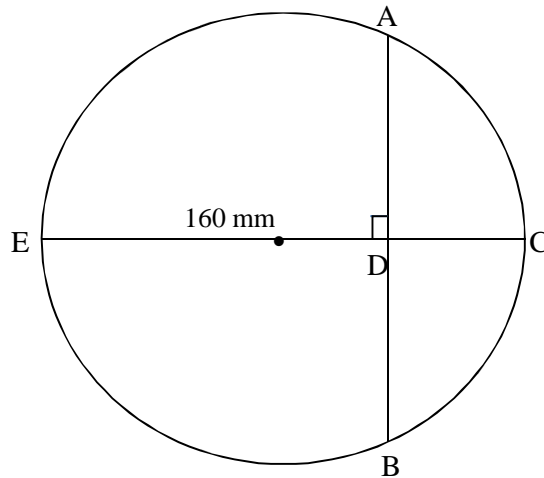


- 8.2.1 Noem met 'n rede 'n driehoek gelykvormig aan  $\triangle DFE$ . (1)
- 8.2.2 Gegee:  $AD = 5$  eenhede,  $AE = 4$  eenhede,  $DF = 2$  eenhede,  $BF = 5$  eenhede en  $EF = 3$  eenhede. Bereken die lengtes van
- BC (3)
  - FC (2)

**[8]**

**VRAAG 9**

- 9.1    'n Sirkel met 'n deursnit van 240 mm word in twee segmente verdeel deur koord AB, soos aangetoon in die onderstaande skets. DE, die hoogte van die grootste segment is 160 mm.



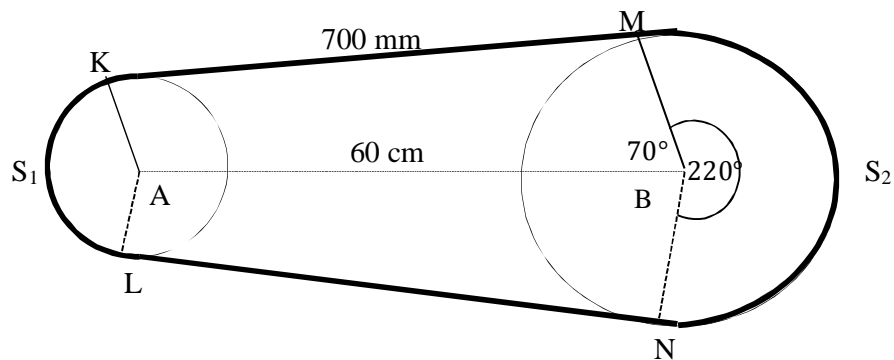
Bereken:

- 9.1.1    die radius van die sirkel (1)
- 9.1.2    die waarde van  $h$ , die hoogte van die kleiner segment (1)
- 9.1.3    die lengte van koord AB. (3)
- 9.2    'n Punt op die omtrek van 'n drywerkatrol beweeg teen 'n spoed van 3 m/s. Die diameter van die drywerkatrol is 0,6 m.

Bereken:

- 9.2.1    die afstand afgelê deur die punt in 20 s (2)
- 9.2.2    die aantal rotasies van die drywerkatrol (3)
- 9.2.3    die tyd wat dit die katrol neem om 12 revolusies te voltooi. (2)

- 9.3 'n Ingenieur ontwerp 'n katrolsisteem met twee katrolle, die kleiner katrol het 'n radius van 100 mm en die grootter een 'n diameter van 400 mm. Die middelpunte A en B is 60 cm van mekaar af. KM is 700 mm.



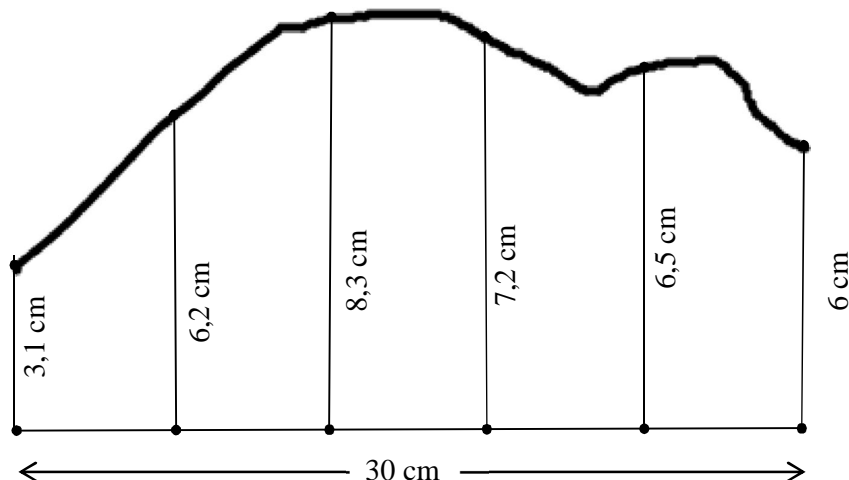
- 9.3.1 Bepaal die lengte van  $S_1$  as  $\pi r$  as  $\pi R$ . (2)

- 9.3.2 Indien die lengte van  $S_1$  38,4 cm is, bepaal die lengte van die dryfband in cm. (afgerond tot een desimale plek.)

(8)  
[22]

**VRAAG 10**

10.1 Die onderstaande onreëlmatige oppervlak het 'n reguit horisontale sy van 30 cm wat in 5 gelyke dele verdeel is. Die ordinate van die gelyke dele is: 3,1 cm; 6,2 cm; 8,3 cm; 7,2 cm; 6,5 cm en 6 cm.



10.1.1 Bepaal die waarde van  $a$  die lengtes van die gelyke dele. (1)

10.1.2 Maak gebruik van die middelordinaat reël en bereken vervolgens die oppervlak van die onreëlmatige figuur. (4)

10.2 'n Soliede metaal blok in die vorm van 'n kubus met 'n lengte 70 mm, word gesmelt en klinknaels word dan gegiet. Die klinknaels bestaan uit 'n silinder en 'n kop in die vorm van 'n hemi-sfeer soos aangedui in die skets.

Bepaal:

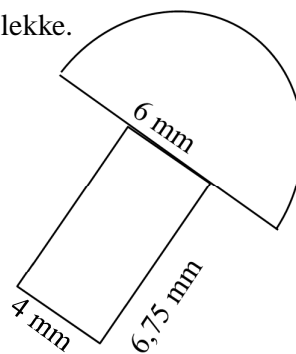
10.2.1 die volume van die metaal benodig om een klinknael te giet tot twee desimale plekke. (8)

10.2.2 die aantal klinknaels wat uit die blok metaal gegiet kan word. (4)

Die volgende formules mag gebruik word:

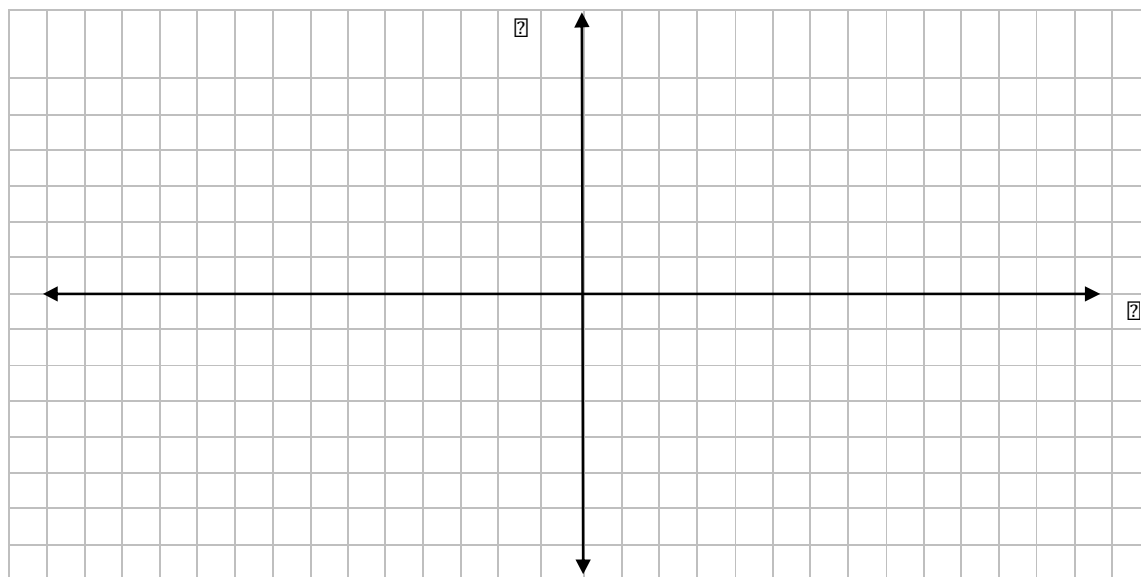
Volume van silinder  $\frac{\pi}{4} d^2 l$

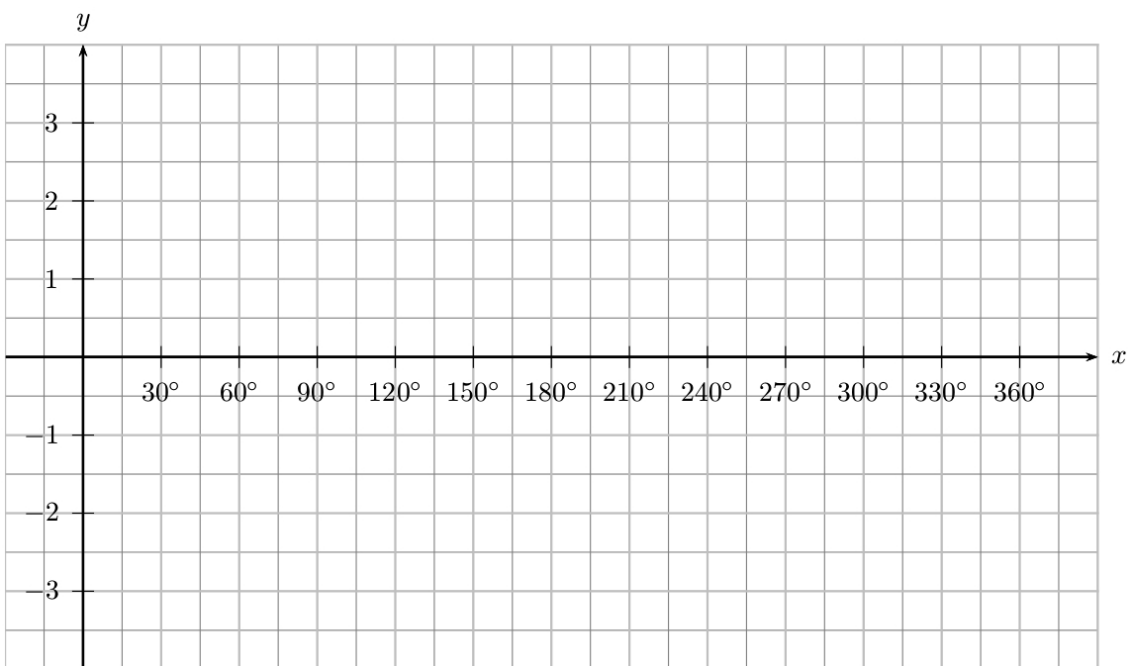
Volume van 'n sfeer  $\frac{4}{3} \pi r^3$



[17]

**TOTAAL: 150**

**ANTWOORDBLAD****Naam:**.....**VRAAG 2.2**

**ANTWOORDBLAD****Naam:**.....**VRAAG 5.1**

**INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \quad b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\frac{\Delta ABC}{\sin A} = \frac{a}{\sin A}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$



$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$2\pi N = 360^\circ \quad \text{waar } N = \text{rotasie frekwensie}$$

$$\pi D N = \theta \quad \text{waar } D = \text{diameter en} \\ N = \text{rotasie frekwensie}$$

$$s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en} \\ \theta = \text{middelpuntshoek(in radiale)}$$

$$\frac{s}{r} = \theta \quad \text{waar } r = \text{radius, } s = \text{booglengte en} \\ \theta = \text{middelpuntshoek(radiale)}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment,} \\ d = \text{diameter van sirkel en} \\ x = \text{koordlengte}$$

$$A_T = a \left( \frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right) \\ \text{waar } a = \text{gelyke dele,} \\ o_i = i^{\text{th}} \text{ ordinate en} \\ n = \text{aantal ordinate}$$

**OF**

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele} \\ m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2}$$